

PEMODELAN DEBIT AIR SUNGAI *
(Modeling for Discharge of River Water)
Studi Kasus : DAS Cikapundung
(Case Studi : Cikapundung Water Flow)

Mulyana **

ABSTRAKS

Debit air sungai dipengaruhi oleh curah hujan, dan keduanya membangun data deret waktu bivariat, yang autokorelasi dan korelasi silangnya cukup signifikan. Sehingga peramalan debit air sungai dapat dilakukan dengan pemodelan regresi deret waktu. Analisis regresi untuk membangun model debit air sungai, ada tiga macam yaitu

- a. Pemodelan regresi deret waktu data debit air, dengan metode Box-Jenkins.
- b. Pemodelan periodesitas debit air, dengan analisis spektral.
- c. Pemodelan debit air sungai karena pengaruh curah hujan, dengan analisis fungsi transfer.

Dengan diperoleh ketiga bentuk model tersebut, dapat disusun sistem pendukung kebijakan (*decision support system*) pengendalian DAS. Untuk debit air sungai Cikapundung, berdasarkan data harian stasiun pengamat Maribaya, model debit airnya adalah ARIMA (3,1,2), dengan periodesitasnya, selain musiman, juga periodesitas 3,5 tahunan dan 5 tahunan.

Kata Kunci : Debit air, Data deret waktu, ARIMA(p,q,r), Analisis spektral, Fungsi transfers

ABSTRACT

Discharge of river water are influence of rainfall, and them building bivariate time series, with autocorrelation and cross autocorrelation are significans. Until its, forecasting for discharge of river watercan be with modeling of time series. Regression analysis for modeling of discharge of river water, are three methods

1. *Modeling for regression of discharge of river water, with Box-Jenkins method.*
2. *Modeling for periodeitas of discharge of river water, with spectral analysis.*
3. *Modeling for discharge of river waterbecause influence rainfall, with analysis of transfers function.*

If have of the above mentioned three models, can be structured of decision support system, for operating river waterflow. Discharge of Cikapundung river, with daily date from Maribaya observations station, have model ARIMA(3,1,2) with periodecities, seasonal and annual periodecities 3,5 and 5years.

Keyword : *Discharge of river water, Time series, ARIMA(p,q,r), Spectral analysis, Transfer function*

* Makalah, disampaikan pada Lokakarya Sistem Informasi Pengelolaan DAS : Inisiatif Pengembangan Infrastruktur Data, di Institut Pertanian Bogor, tanggal 5 September 2007.

** Staf Pengajar Jurusan Statistika FMIPA Unpad.

PENDAHULUAN

Jika menelaah paparan dalam hidrologi mengenai cara mengumpulkan data debit air, maka meramalkan debit air dari sebuah daerah aliran sungai, dapat dilakukan dengan proses pemodelan data deret waktu. Sebab data debit air dikumpulkan secara harian, pada jam-jam tertentu. Sehingga data debit air merupakan data deret waktu dengan variabel waktunya harian. Karena debit air sungai dipengaruhi oleh curah hujan di hulunya, dan data curah hujan merupakan data deret waktu dengan autokorelasi yang signifikans, maka data debit air harian juga akan merupakan data deret waktu dengan autokorelasi yang signifikans. Sehingga telaahan pada data debit air,

1. Model regresi deret waktu, untuk peramalan berdasarkan data secara univariat.
2. Analisis spektral, untuk menelaah periodesitas data.
3. Fungsi tranfers, untuk peramalan data berdasarkan hubungannya dengan data curah hujan

Makalah ini merupakan hasil penelitian berdasarkan telaah kepustakaan, tentang peran analisis regresi deret waktu dalam hidrologi. Dengan analisis data sekunder, tentang debit air sungai Cikapundung, berdasarkan data pengamatan stasiun pengamat Maribaya, yang datanya diperoleh dari Puslitbang SDA Provinsi Jawa Barat.

METODE

Penelitian dilakukan dengan cara,

1. Telaah kepustakaan tentang hidrologi dan metode statistis untuk pengolahan data hidrologi, di perustakaan Unpad dan ITB.
2. Mengumpulkan data sekunder data debit air sungai Cikapundung, dan mempelajari metode pengumpulannya, di Puslitbang SDA Provinsi Jawa Barat.
3. Pengolahan dan analisis data, di Laboratorium Komputer Jurusan Statistika Unpad.

HASIL DAN PEMBAHASAN

1. Debit Air

Dalam hidrologi dikemukakan, debit air sungai adalah, tinggi permukaan air sungai yang terukur oleh alat ukur permukaan air sungai. Pengukurannya dilakukan tiap hari, pada

jam-jam tertentu. Faktor utama yang mempengaruhi ketinggian air sungai, adalah curah hujan yang terjadi di hulu tempat alat pengukur permukaan air sungai ditempatkan. Karena curah hujan merupakan data deret waktu yang memiliki komponen musiman, dan siklus tahunan dengan karakteristik musim hujan panjang (kemarau pendek), atau kemarau panjang (musim hujan pendek). Yang menyebabkan data debit air, amgapemodelan debit air, dapat dilakukan berdasarkan analisis data deret waktu

2. Data Deret Waktu

Data deret waktu adalah data yang merupakan fungsi atas waktu. Salah satu segi dalam data deret waktu, adalah terdapatnya autokorelasi. Sehingga analisis regresi dalam data deret waktu, dapat dilakukan dengan analisis regresi sederhana, jika autokorelasinya tidak signifikans. Sedangkan jika signifikans, harus dilakukan dengan analisis regresi deret waktu, yang formulasi dasarnya adalah model autoregresi.

Komponen yang membangun data deret waktu adalah, trend (T), siklis (S), musiman (M, jika data merupakan fungsi atas waktu bulanan), dan variasi residu (V). Jika $X(t)$ data deret waktu, maka formulasi hubungan dengan komponen-komponennya, secara umum adalah

1. $X(t) = T(t) + S(t) + M(t) + V(t)$, hubungan linier
2. $X(t) = T(t)S(t)M(t)V(t)$, hubungan multiplikatif.

Faktor penentu yang menjadikan autokorelasi signifikans atau tidak, adalah $V(t)$. Jika $V(t)$ bebas stokastik, maka autokorelasi tidak sinifikans. Sedangkan jika tidak bebas stokastik, maka autokorelasi signifikans. Untuk menalaah signifikans tidaknya autokorelasi, dapat dilakukan secara

1. visual, yaitu telaahan berdasarkan peta data atas waktu, atau korelogram. Yaitu gambar fungsi autokorelasi atas lagnya.
2. uji statistis.

Untuk melakukan pemodelan data deret waktu, data harus dalam kondisi stasioner, yaitu kondisi data memiliki rata-rata hitung dan varians konstan, untuk sembarang waktu pengamatan. Jika data tidak stasioner pada rata-rata hitung, tetapi stasioner pada varians, maka proses stasioneritas dapat dilakukan melalui diferensi. Sedangkan jika stasioner pada rata-rata hitung, tetapi tidak stasioner pada varians, maka proses stasionernya dilakukan

dengan transformasi stabilitas varians. Yang bentuk-bentuknya adalah, transformasi logaritma natural, transformasi akar kuadrat, transformasi perbandingan terbalik, atau transformasi kuasa. Sehingga jika data tidak stasioner pada keduanya, maka proses stasioneritasnya adalah gabungan keduanya, dengan proses yang pertama adalah transformasi stabilitas varians, dan selanjutnya proses diferensi.

3. Model Regresi Deret Waktu

Sasaran dari analisis data deret waktu adalah peramalan, melalui pemodelan. Dan sudah dikemukakan, jika autokorelasi signifikan, maka model yang harus dibangun adalah model regresi deret waktu, yang dasarnya adalah model **autoregresi lag-p**, AR(p), dengan persamaan

$$X(t) = \tau_0 + \tau_1 X(t-1) + \tau_2 X(t-2) + \dots + \tau_p X(t-p) + \varepsilon(t)$$

dengan $\varepsilon(t)$ kekeliruan yang diasumsikan berdistribusi normal identik independen stokastik, dengan rata-rata 0 dan varians konstan σ^2 .

Model AR(p) ini memiliki model inversi, yaitu model **rata-rata bergerak** (*moving average*) **orde-q**, MA(q), dengan persamaan

$$X(t) = \delta_0 + \varepsilon(t) + \delta_1 \varepsilon(t-1) + \delta_2 \varepsilon(t-2) + \dots + \delta_q \varepsilon(t-q)$$

Karena AR(p) dengan MA(q) merupakan dua model yang saling berinversi, maka keduanya dapat digabungkan dengan proses penjumlahan, sehingga diperoleh model **autoregresi rata-rata bergerak** (*moving average autoregression*), ARMA(p,q), dengan persamaan

$$X(t) = \gamma_0 + \tau_1 X(t-1) + \tau_2 X(t-2) + \dots + \tau_p X(t-p) + \varepsilon(t) + \delta_1 \varepsilon(t-1) + \delta_2 \varepsilon(t-2) + \dots + \delta_q \varepsilon(t-q)$$

Untuk menelaah apakah model yang dibangun cukup baik, untuk digunakan untuk peramalan? Maka harus dilakukan analisis residual, yaitu analisis nilai-nilai selisih antara nilai pengamatan dengan nilai ramalan berdasarkan model yang telah dibangun tersebut. Analisisnya dapat dilakukan berdasarkan telaahan peta residual atas nilai pengamatan (atau nilai ramalan). Atau pengujian hipotesis statistis. Proses analisis statistis data deret waktu, harus dilakukan dengan menggunakan kemasan program (*software*) komputer, misalnya SPSS.

Peramalan untuk data deret waktu, selain berdasarkan model regresi deret waktu, juga dapat dilakukan berdasarkan metode penghalusan eksponensial. Peramalan dengan metode penghalusan, adalah peramalan berdasarkan proses pembobotan. Sehingga

keberadaan autokorelasi diabaikan. Oleh karena itu, jika autokorelasi signifikan, maka peramalan sebaiknya dilakukan berdasarkan model regresi deret waktu. Dan salah satu metode yang dapat digunakan adalah, Box-Jenkins, dengan prosesnya sebagai berikut.

1. Membangun model regresi deret waktu yang sesuai dengan karakteristik data.
2. Penaksiran parameter model yang dibangun.
3. Telaah kecocokan model ramalan yang akan digunakan.
4. Jika diperlukan, maka bangun model-model alternatifnya.

Sehingga dengan metode ini, model regresi deret waktu yang dibangun, sebaiknya lebih dari satu buah.

4. Analisis Spektral

Pada peramalan berdasarkan model regresi, yang ditelaah adalah karakteristik dari komponen trend. Sedangkan telaahan komponen siklis, sulit untuk dilakukan. Padahal dengan diketahui karakteristik komponen siklis, dapat dianalisis kondisi ekstrim dari data. Telaahan komponen siklis dapat dilakukan dengan analisis spektral, yang merupakan pengembangan dari analisis deret Fourier.

Konsepsi dari analisis spektral adalah dari pendapat bahwa, data deret waktu merupakan hasil dari proses stokastik, yang formulasinya dapat disajikan dalam persamaan deret Fourier

$$X(t) = a_0 + \sum_{p=1}^{\frac{n}{2}-1} \left(a_p \cos \frac{2\pi p}{n} t + b_p \sin \frac{2\pi p}{n} t \right) + a_{\frac{n}{2}} \cos \pi t, \quad (1)$$

$$t = 1, 2, \dots, n$$

$$a_0 = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n x_t, \quad a_{\frac{n}{2}} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (-1)^t x_t$$

$$a_p = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n x_t \cos \frac{2\pi p t}{n}, \quad b_p = \frac{2}{n} \sum_{t=1}^n x_t \sin \frac{2\pi p t}{n}, \quad p = 1, 2, \dots, \frac{n}{2} - 1$$

$$\text{Jika ditulis } \frac{2\pi p}{n} = \omega(p), \quad \sqrt{a_p^2 + b_p^2} = R(p), \quad \text{arc.Tg} \left(-\frac{b_p}{a_p} \right) = \phi(p), \quad p = 1, 2, \dots, \frac{n}{2} - 1,$$

maka $a_p \cos \omega_p t + b_p \sin \omega_p t = R(p) \cos(\omega(p)t + \phi(p))$. Sehingga Persamaan (1) menjadi

$$X(t) = a_0 + \sum_{p=1}^{\frac{n}{2}-1} R(p) \cos(\omega(p)t + \phi(p)) + a_{\frac{n}{2}} \cos \pi t, \quad (2)$$

$t = 1, 2, \dots, n$

yang merupakan fungsi *damped* Cosinus.

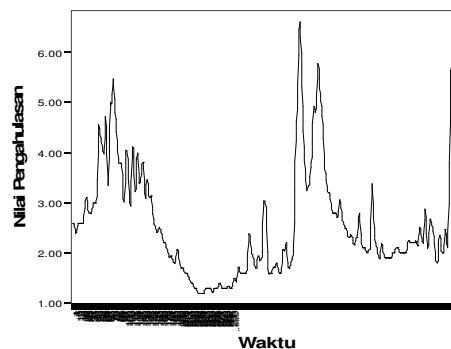
Untuk menghitung periodesitas dari fungsi *damped* Cosinusi, dapat dilakukan berdasarkan fungsi periodogram $I(\omega(p)) = \frac{n}{4\pi} (R(p))^2$. Yang analisisnya dapat dilakukan berdasarkan metode

1. *Windowing*. Yaitu metode yang didasarkan pada transformasi $(R(p))^2$, menjadi fungsi autokorelasi yang diboboti. .
2. *Fast Fourier Transform* (Metode FFT). Yaitu metode yang didasarkan pada transformasi $R(p)$, menjadi sistem bilangan kompleks, $R(p) = a(p) + ib(p)$, $i = \sqrt{-1}$.

Masing-masing metode memiliki kelebihan dan kekeurangan. Metode *Windowing* perhitungannya lebih mudah dari metode FFT. Tetapi periodesitas yang dimunculkannya lebih sedikit. Periodesitas-periodesitas yang dimunculkan oleh masing-masing metode tersebut, harus diuji signifikansinya, berdasarkan proses pengujian statistis. Sebab hanya periode yang signifikans, yang dianalisis.

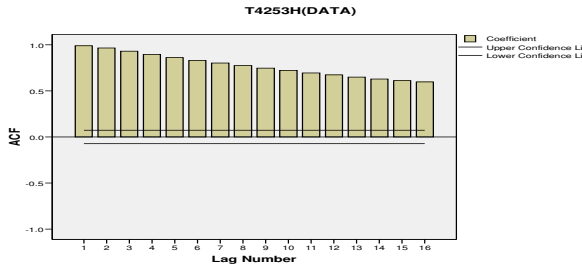
5. Analisis Data

Berdasarkan data yang diperoleh dari Puslitbang SDA Provinsi Jawa Barat, dengan stasiun pengamat Maribaya, pola data harian debit sungai Cikapundung, pada selang waktu Januari 2004 – Desember 2005, setelah dilakukan penghalusan data, seperti di bawah ini.

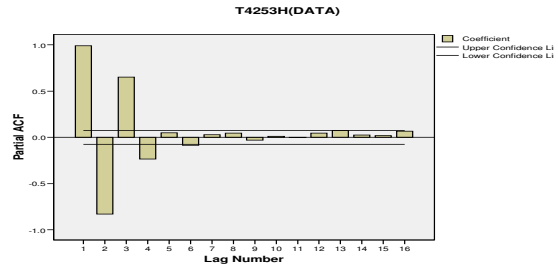


Gambar 1 Pola Data Harian

Dengan pola korelogram dan korelogram parsialnya seperti di bawah ini

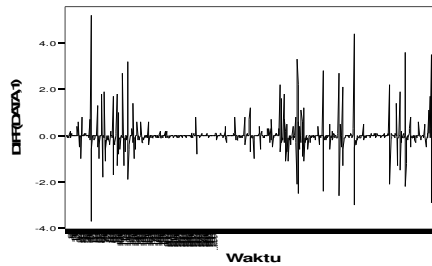


**Gambar 2a
Korelogram Data Harian**

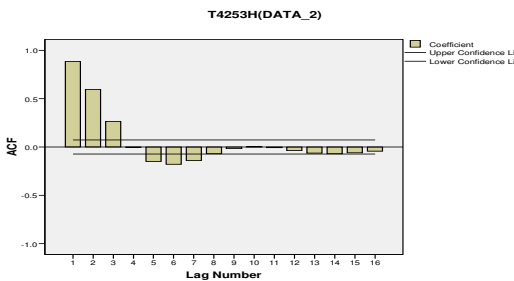


**Gambar 2b
Korelogram Parsial Data Harian**

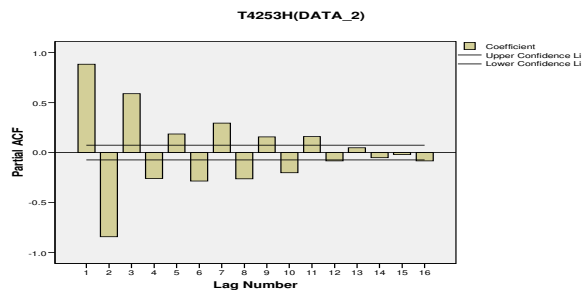
Dari gambar-gambar tersebut tersurat, autokorelasi data cukup signifikans, tetapi tidak stasioner pada rata-rata hitung dan varians. Jika data didiferensi orde satu, maka gambar pola data dan korelogram, dengan korelogram parsialnya seperti di bawah ini



**Gambar 3
Pola Data Hasil Diferensi-1**



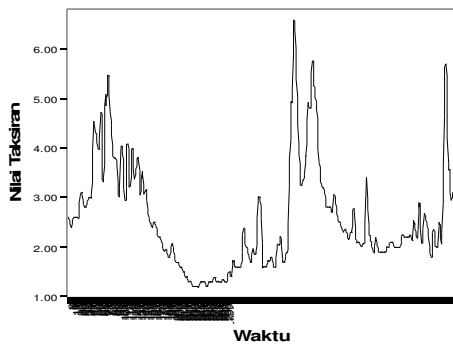
**Gambar 4a
Korelogram Data Hasil Diferensi-1**



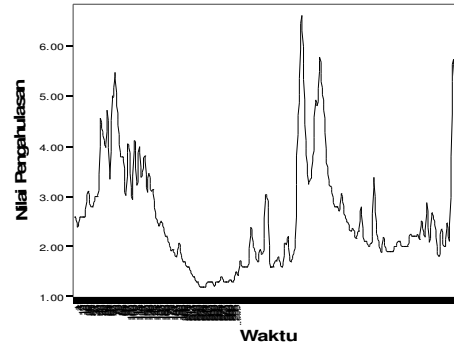
**Gambar 4b
Korelogram Parsial Data Hasil Diferensi-1**

Gambar 3, 4a, dan 4b menyimpulkan, dengan diferensi-1 data stasioner pada rata-rata hitung, tetapi belum stasioner pada varians. Data berautokorelasi dengan lag 3.

Jika dibangun model ARIMA(3,1,2) dengan tranformasi logaritma natural, maka pola penaksirnya identik dengn pola data aslinya. Hal ini dapat ditelaah dari gambar di bawah ini



Gambar 5a
Pola Data Taksiran



Gambar 5b
Pola Data Asli

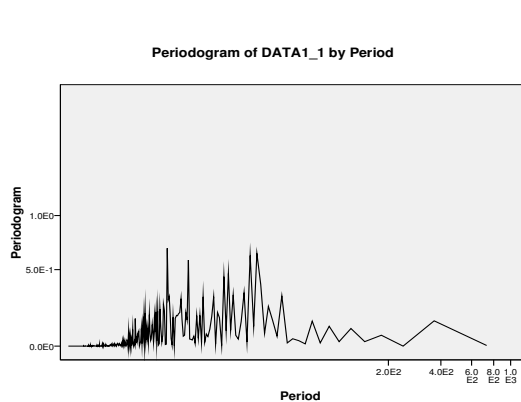
Dan nilai-nilai statistik penaksiran di bawah ini

Tabel 1
Nilai-Nilai Statistik Penaksiran

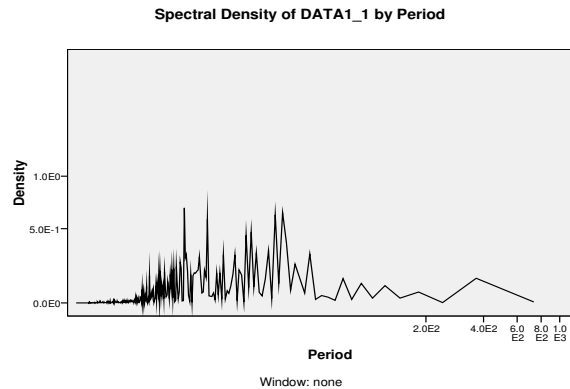
Fit Statistic	Mean	SE	Minimum	Maximum
	5	10	25	50
Stationary R-squared	.919	.	.919	.919
R-squared	.999	.	.999	.999
RMSE	.041	.	.041	.041
MAPE	.780	.	.780	.780
MaxAPE	6.588	.	6.588	6.588
MAE	.023	.	.023	.023
MaxAE	.224	.	.224	.224
Normalized BIC	-6.357	.	-6.357	-6.357

Model	Number of Predictors	Model Fit statistics	Ljung-Box Q(18)			Number of Outliers
			Stationary R-squared	Statistics	DF	
T4253H(DATA)-Model_1	0	.919	37.020	13	.000	0

Sedangkan pola periodogram dan densitasnya seperti di bawah ini



Gambar 6a
Periodogram Data Harian



Gambar 6b
Densitas Spektral Data Harian

Dari hasil statistik pengujian keberartian periodesitas, diperoleh periodesitas tersembunyi yang signifikans adalah 3,5 dan 5 tahunan. Yang jika dikaitkan dengan karakteristik periodesitas tahunan curah hujan di Kota Bandung, periodeitas ini merupakan curah hujan dengan intensitas tinggi. Sehingga dampak untuk DAS Cikapundung merupakan terjadinya debit tinggi, sehingga perlu dilakukan pola pengendalian dalam mencegah banjir besar.

KESIMPULAN

1. Model debit air sungai Cikapundung adalah ARIMA(3,1,2).
2. Peridesitas tersembunyi DAS Cikandung adalah 3,5 dan 5 tahun, yang berdampak pada peluang terjadinya banjir besar.
3. Pada umumnya debit air sungai merupakan data deret waktu, yang berautokorelasi dengan lag antara 3 – 7, tidak stasioner pada rata-rata dan varians, dan memiliki periodesitas tahunan yang signifikan, kira-kira 2 ; 3,5 ; 5 ; dan 7 tahun.
4. Untuk melakukan pemodelan debit air sungai dengan analisis data deret waktu, sebaiknya dilakukan proses sebagai berikut
 - a. Lakukan penghalusan dan diikuti pemetaan data atas waktu, untuk menelaah karakteristik data dari segi kestasioneran, keberartian autokorelasi, dan siklis.

- b. Gambarkan korelogram dan korelogram parsial, untuk telaahan lanjut pada segi kestasioneran dan keberartian autokorelasi.
- c. Karena data debit air merupakan data deret waktu dengan autokorelasi yang signifikans, maka pemodelan sebaiknya dengan menggunakan metode Box-Jenkins.
- c. Selain pemodelan, juga lakukan analisis spektral untuk menelaah periodesitas tersembunyi, dalam upaya menelaah hal-hal ekstrim.

KEPUSTAKAAN

Buku Teks

Abraham, B. ; Ledolter, J. ; 1983 ; Statistical Methods for Forecasting ; John Wiley & Sons ; New York

Box, G. E. P. ; Jenkins, G. M. ; 1976 ; TIME SERIES ANALYSIS, forecasting and control ; Holden-Day ; San Francisco.

Brockwell, P. J. ; Davis, R. A. ; 1991 ; Time Series : Theory and Methods ; Springer-Verlag ; New York.

Chatfield, C ; 1984 ; The Analysis of Time Series : Introduction ; Chapman and Hall London.

Panofsky, H. A. ; Brier, G. W. ; 1958 ; Some Applications of Statistics to Meteorology University Park ; Pennsylvania.

Sutton, O. G. ; 1953 ; Micrometeoroly ; McGraw-Hill Book Co. Inc. ; New York.

Takeda, K. ; 2003 ; HIDROLOGI, Untuk Pengairan ; PT Pradnya Paramita ; Jakarta.

Wei, W. W. S. ; 1990 ; Time Series Analysis, Univariate and Multivariate Methods ; Addison-Wesley ; California.

Jurnal

Statistical Science, edisi Mei 1992, Pebruari 2001, Agustus 2003

Technometrics, edisi November 1984, Januari 1990, Maret 2002

Hidro-Climatology, edisi Januari 1989, Desember 1990